Методическая разработка для урока математики в 5 классе
на тему: Комбинаторика.

__**Цель урока**__**:** сформулировать первоначальные навыки решения комбинаторных задач, развитие логического мышления.

__**Задачи урока**__:

Образовательные:

Развитие умения решать комбинаторные задачи;

Выработка умения применять математическую теорию в конкретных ситуациях.

Развивающие:

Развитие умения самостоятельно выбирать способ решения и умения обосновать выбор;

Развитие умения решать задачи путём только логических рассуждений;

Развитие коммуникативных и творческих способностей учащихся;

Развитие умения делать выбор рационального способа кодирования.

Воспитательные:

Прививать сознательное отношение к труду;

Воспитывать чувство ответственности за качество и результат выполняемой работы;

Прививать сознательное отношение к труду.

Ход урока:

Введение: всем знаком такой вид спорта как – футбол. Наверняка вы знаете, что футбольный судья для того, чтобы чтобы распределить ворота между командами, подбрасывает монетку. И все: и игроки, и болельщики считают это справедливым. Поскольку вероятность выпадения герба и решки мы считаем одинаковой – каждая равна половине, 50 %, ½. А если бросать не монетку, а игральный кубик? Четное количество очков – одни ворота, нечетное – другие. Будет ли это справедливо? Да, будет. Вероятность четного и нечетного такая же, как и у монетки. Откуда мы об этом знаем?

Есть возможность убедиться в этом двумя способами:

Наблюдение – продолжительное количество времени наблюдать, как подбрасывают монету. И убедиться, что она выпадает решкой и гербом примерно равное число раз. Аналогично с кубиком.

Расчет вероятности. Берем исходные данные: сколько решек у монеты? Одна. А сторон? Две. Чтобы посчитать вероятность, нужно число подходящих вариантов поделить на общее число. То есть 1 : 2 или ½. Делаем расчет для кубика: у кубика 6 сторон (граней), а сторон с четным количеством очков – 3. То есть, чтобы посчитать вероятность четного количества очков, делим 3:6 или ½.

Для расчета нам нужно считать количество вариантов. Иногда это совсем просто – как с монеткой или кубиком, а иногда нужно подумать. Например, у малыша 7 кубиков разных цветов. Сколько разных башен можно из них построить?

И тут нам на помощь приходит комбинаторика.

Основная часть:

Комбинаторика — раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов в соответствии с данными условиями. Термин происходит от латинского слова *combina*, что в переводе на русский означает «сочетать», «соединять». Занимается комбинаторика вычислением количества комбинаций или способов сделать что-нибудь. Она использует очень простые принципы, которыми мы пользуемся в обычной жизни. Приведем примеры:

1. Закон умножения

Представьте, что у вас 4 сорта масла и 5 сортов сыра. Вы хотите бутерброд – хлеб с маслом и сыром. Сколько вариантов бутербродов у вас существует?

Решение: Логика очень проста: мажем хлеб первым сортом масла. После этого можно положить 5 разных сортов сыра. То есть получаем 5 типов бутербродов с первым сортом масла. Аналогично со вторым и третьим. То есть всего: 4 * 5 = 20, 20 видов бутербродов.

Исходное требование - бутерброд с маслом и сыром вместе. Формулируем правило, которое можно назвать «закон умножения»: чтобы найти количество комбинаций, нужно было перемножить количество вариантов каждого. По-другому это правило можно назвать Закон «И».

Закон сложения

Теперь вы хотите бутерброд только с маслом или сыром. Сколько вариантов существует?

Решение: логично, что нужно сложить количество вариантов сортов масла и сыра: 4 + 5 = 9, 9 вариантов.

Формулируем правило, которое можно назвать «Закон сложения»: когда нам нужно только или одно, или другое, нужно сложить количество вариантов каждого. По-другому это правило можно назвать Закон «ИЛИ».

Пример на оба закона

А теперь к 3-м сортам масла и 4-м сыра появилось еще 6 сортов колбасы. Вы согласны есть бутерброд с маслом и сыром, или просто с колбасой. Сколько вариантов существует?

Решение:

Для расчета вариантов с маслом и сыром»: используем закон умножения: 4 * 5 = 20. Для расчета вариантов или с колбасой используем закон сложения: 4 * 5 + 6 = 26.

Очевидно, что если вы бы делали бутерброды с маслом, сыром и колбасой одновременно, то количество вариантов было бы другое: 4 * 5 * 6 = 120.

Задача.

В начале урока мы приводили пример с кубиками, давайте решим задачку с башней из кубиков.

Есть семь разных кубиков, сколько разных башен можно из них построить?

Решение: ставим первый кубик. Сколько существует вариантов? – 7. Так как нам нужно поставить все кубики (один кубик – один этаж), то есть и первый, и второй, и так далее, то используем закон умножения (закон И). Сколько вариантов для второго кубика? – 6 - у нас всего столько кубиков осталось. Потом и наконец, для последнего кубика уже остался один вариант. Перемножаем: 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 5040 вариантов.

А если башню можно строить любой высоты от одного до пяти этажей?

Решение: вот здесь уже понадобится в том числе закон «ИЛИ» (закон сложения). У нам может быть и одноэтажная, и трехэтажная и так далее башня. Считаем по отдельности количество вариантов для разных этажей, а потом складываем.

7 этажей: 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 5040

6 этажей: 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 = 5040

Не надо удивляться, что получилось одинаково, ведь последний кубик выбирался одним способом и не добавлял вариантов.

5 этажей: 7 * 6 * 5 * 4 * 3 = 2520

4 этажа: 7 * 6 * 5 * 4 = 840

3 этажа: 7 * 6 * 5 = 210

2 этажа: 7 * 6 = 42

1 этаж : 7

Теперь считаем, сколько всего: 5040 + 5040 + 2520 + 840 + 210 + 42 + 7 =13699.

То есть из 7 кубиков, только ставя один кубик на другой, можно построить 13699 разных башен, различающихся высотой или последовательностью цветов кубиков.

Логика перебора

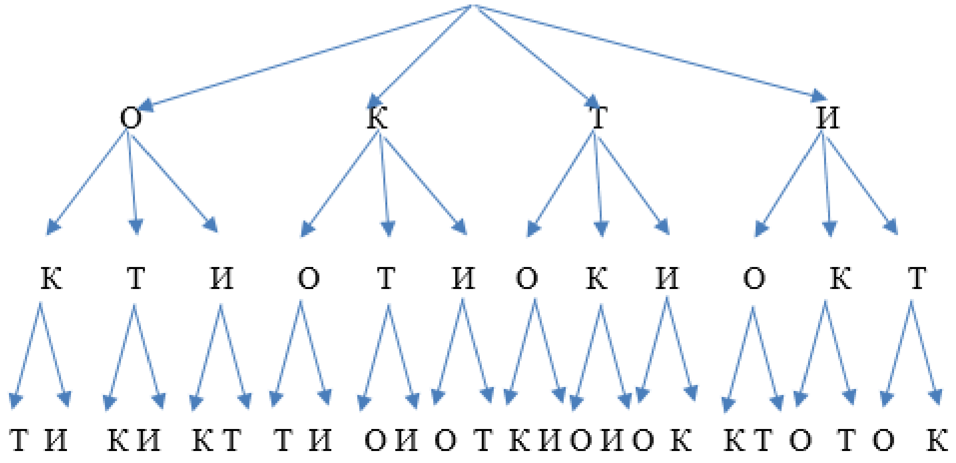
Представьте, что вы по какой-то причине не можете понять, какой закон применять в той или иной задаче – сложения или умножения, то можно попробовать просто выписать все существующие варианты и посчитать их количество. Такой прием называется «Логика перебора». Понятно, нужно, чтобы вариантов было не очень много.

Давайте решим задачу.

Сколько можно составить трехбуквенных слов из букв: ОКТИ?

Решение: Совсем просто: нужно выбрать три буквы. Для первой есть 4 способа, для следующей – уже три, и для третьей – два: 4 * 3 * 2 = 24.

А теперь чуть-чуть изменим задание: сколько можно составить осмысленных слов из букв ОКТИ, состоящих из трех букв? Здесь применяя простого закона умножения недостаточно, нужно рассмотреть все возможные варианты. Первую букву можно выбрать 4-мя способами. Когда первая буква выбрана, остается 3 способа для второй. Для третьей буквы уже два варианта. Итак, мы выписали все возможные варианты. Получилось дерево, только растет оно вниз, а не вверх. Его часто называют деревом возможностей.



Дальше все просто: читаем подряд все полученные слова сверху вниз и выбирать те, которые имеют смысл : КОТ КТО КИО КИТ ТОК ТКИ ТИК. Итого получилось 7 слов, отвечающих условиям задачи.

Заключение.

В жизни существуют ситуации, когда необходимо посчитать количество возможных вариантов: вероятность наступления того или иного события и принять правильное решение; необходимость дать большому количеству объектов числовые или буквенные имена (номера автомобилей, номера телефонов) нужно понять, хватит ли их на всех. Для этого существуют специальные приемы счета всех возможных комбинаций, которые называются комбинаторикой:

Закон умножения, закон И. Когда нужно взять и то и другое, нужно перемножить количество вариантов одного и другого.

Закон сложения, закон ИЛИ. Когда нужно взять или одно, или другое, нужно сложить количество вариантов того и другого.

Дерево возможностей. Когда мы не можем применить закон умножения или сложения, мы выписываем все возможные комбинации. Строим дерево возможностей. Потом считаем те, что нас устраивают.

Спасибо, урок окончен.