

Всероссийский конкурс исследовательских и проектных работ

Проект: «Фрактальная геометрия в дизайне интерьера»

Направление: «Математика»

Автор: Оводков Кирилл Романович,
учащийся 8Ж класса

ГАОУ МО «Балашихинский лицей»

Г. Балашиха, Московская область

Руководитель проекта: Тлюняева Елена Валерьевна

2024 г.

Содержание

Введение

1. Теоретическая часть:

1.1. Понятие фрактала

1.2. Виды фракталов

1.3. История развития фрактальной геометрии

1.4. Варианты применения фрактальных форм в проектах мебели и декоративного оформления интерьера

2. Практическая часть:

2.1. Особенности рисунков на обоях.

2.2. Создание собственного принта обоев для декоративного оформления интерьера. Описание способов построения фракталов.

Выводы

Список литературы и интернет-ресурсов

Введение

Геометрию часто называют холодной и сухой. Одна из причин заключается в ее неспособности описать все то, что окружает нас: форму облака, горы, дерева или русла реки. В природе все формы сложнее, чем идеально ровные прямые, плоскости, шары и кубы. Но оказывается, в математике есть и раздел, способный описать такие сложные формы – фрактальная геометрия.

Актуальность: Фракталы являются важной частью современной науки и техники, однако многим они кажутся чем-то очень сложным и непонятным.

Социальная значимость проекта: Открытие фракталов произвело революцию не только в геометрии, но и в физике, химии, биологии, во всех областях нашей жизни. Фракталы нашли свое применение и в дизайне, что позволило создать нестандартные, необычные, фрактальные формы предметов интерьера и декоративного оформления интерьера квартиры.

Цель проекта: создать варианты принта (рисунков) обоев для декоративного оформления интерьера квартиры с фрактальными узорами.

Задачи проекта:

- изучить информацию о фракталах;
- рассмотреть различные виды фракталов, особенности их построения,;
- изучить историю развития фрактальной геометрии;
- рассмотреть варианты применения фрактальных форм в проектах мебели и декоративного оформления интерьера;
- изучить особенности рисунков на обоях;
- разработать алгоритмы создания различных вариантов принта обоев для интерьера квартиры.

1. Теоретическая часть.

1.1. Определение фрактала

Фракталом могут называть объект, обладающий хотя бы одним из 3 свойств:

- Самоподобие
- При увеличении масштаба сложность структуры остаётся неизменной
- Дробная метрическая размерность

Чаще всего, говоря о фракталах, имеют ввиду самоподобные фигуры. Такие фигуры полностью или частично совпадают с частью себя самого. Фрактал - геометрическая фигура, составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком. Небольшая часть фрактала содержит информацию обо всем фрактале. Сегодня под словом «фрактал» чаще всего принято подразумевать графическое изображение структуры, которое в более крупном масштабе подобно себе. Но не все фракталы обладают самоподобием. Например, береговая линия является фракталом, но не обязательно содержит в себе свои уменьшенные копии. Если взять несколько карт местности с разными масштабами, то можно увидеть, что с его увеличением нам становится видно всё больше неровностей рельефа и береговая линия никогда не станет прямой.

В математике под фракталом понимается множество точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность или метрическую размерность, отличную от топологической.

1.2. Виды фракталов

Фракталы можно разделить на *регулярные* и *нерегулярные*. Первые являются математической абстракцией, то есть плодом воображения. К примеру, снежинка Коха (рис.1) или треугольник Серпинского (рис.2).

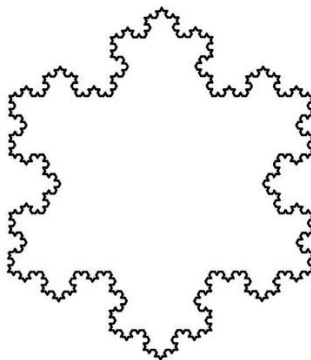


Рис. 1 Снежинка Коха

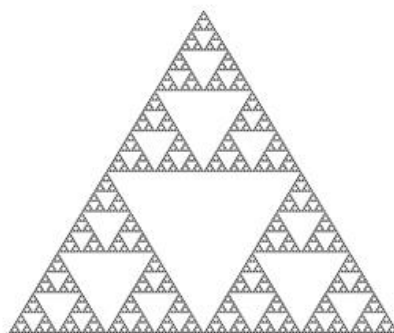


Рис. 2 Треугольник Серпинского

Вторая разновидность фракталов является результатом природных сил или деятельности человека. Любая часть фрактала содержит его уменьшенное изображение. То есть, сколько фрактал не увеличивай, из любой его части на нас будет смотреть его маленькая копия.

Фракталы делятся на группы. Самые большие группы это:

- геометрические фракталы;
- алгебраические фракталы;
- системы итерируемых функций;
- стохастические фракталы.

1. Геометрические фракталы

Именно с них и начиналась история фракталов. Геометрические – строятся на основе исходной фигуры (линии, многоугольника или многогранника) путем ее дробления и выполнения различных преобразований полученных фрагментов. Например Кривая Коха – фрактальная прямая, описанная в 1904 г. шведским математиком Хельге Фон Кохом (рис.3)

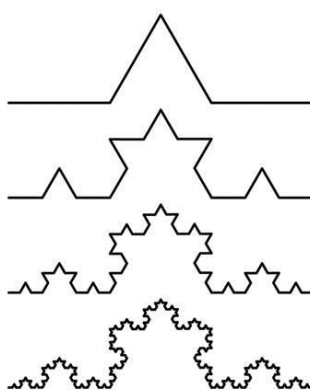


Рис.3 Кривая Коха

Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Обычно при построении этих фракталов поступают так: берется "затравка" - аксиома - набор отрезков, на

основании которых будет строиться фрактал. Далее к этой "затравке" применяют набор правил, который преобразует ее в какую-либо геометрическую фигуру. Далее к каждой части этой фигуры применяют опять тот же набор правил. С каждым шагом фигура будет становиться все сложнее и сложнее, и если мы проведем (по крайней мере, в уме) бесконечное количество преобразований - получим геометрический фрактал.

Примеры геометрических фракталов:

Снежинка Коха. (рис.1) Изобретена в 1904 году, немецким математиком Хельге фон Кохом.

Для её построения берется единичный отрезок, делится на три равные части и среднее звено заменяется равносторонним треугольником без этого звена. На следующем шаге повторяем операцию для каждого из четырёх получившихся отрезков. В результате бесконечного повторения данной процедуры получается фрактальная кривая.

Пятиугольник Дюрера. (рис. 4) Фрактал выглядит как связка пятиугольников, сжатых вместе. Фактически он образован при использовании пятиугольника в качестве инициатора и равнобедренных треугольников, отношение большей стороны к меньшей в которых в точности равно так называемой золотой пропорции. Эти треугольники вырезаются из середины каждого пятиугольника, в результате чего получается фигура, похожая на 5 маленьких пятиугольников, приклеенных к одному большому.

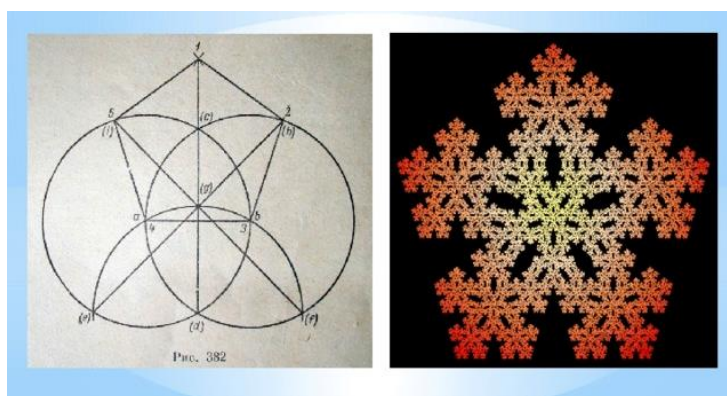


Рис.4 Пятиугольник Дюрера

Треугольник Серпинского. В 1915 году польский математик Вацлав Серпинский придумал занимательный объект. Для его построения берётся сплошной равносторонний треугольник. На первом шаге из центра удаляется перевернутый равносторонний треугольник. На втором шаге удаляется три перевернутых треугольника из трёх оставшихся треугольников и т.д.

Кривая Дракона. (рис.5) Изобретена итальянским математиком Джузеппе Пеано. Для его построения возьмем отрезок. Повернем его на 90 градусов вокруг одной из вершин и добавим полученный отрезок к исходному. Получим уголок из двух отрезков. Повторим описанную процедуру. Повернем уголок на 90 градусов вокруг вершины и добавим полученную ломаную к

исходной. Повторяя названные действия и уменьшая ломаные, будем получать все более сложные линии, напоминающие фигуру дракона.

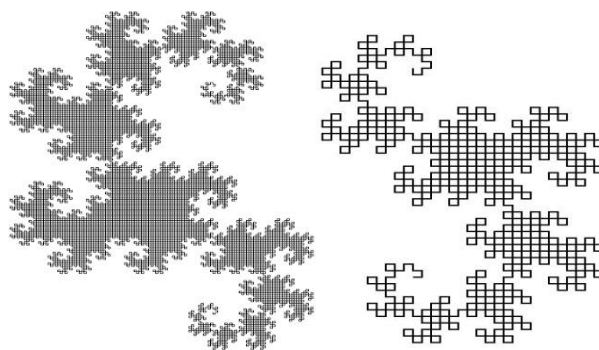


Рис.5. Кривая Дракона

Ковер Серпинского. (рис.6) Берется квадрат, разбивается на девять равных квадратов, средний из которых выбрасывается, а с остальными повторяется та же операция до бесконечности.

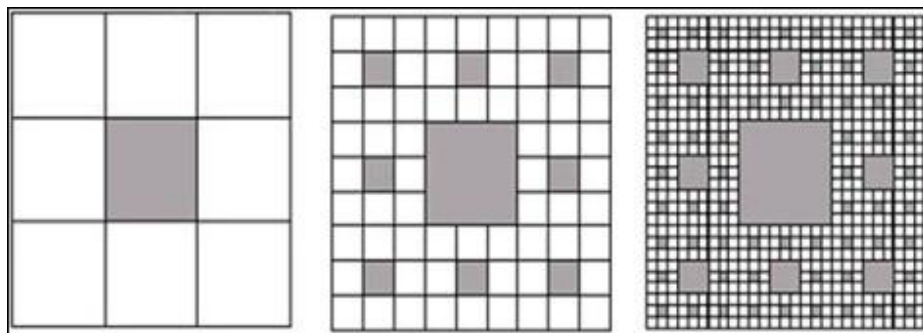


Рис.6. Ковер Серпинского

2. Алгебраические фракталы.

Вторая большая группа фракталов - алгебраические. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул иногда весьма простых. Примеры алгебраических фракталов: множество Мандельброта; множество Жюлиа; бассейны Ньютона.

Множество Мандельброта. (рис.7) Множества Мандельброта наиболее распространенный среди алгебраических фракталов. Его можно найти во многих научных журналах, обложках книг, открытках, и в компьютерных хранителях экрана. Этот фрактал, напоминающий чесальную машину с прикрепленными к ней пылающими древовидными и круглыми областями.

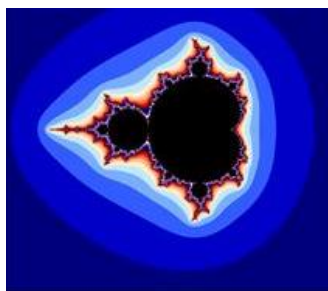


Рис.7 Множество Мандельброта

Множество Жюлиа. (рис.8) Множество Жулиа было изобретено французским математиком Гастоном Жулиа. Множество Жюлиа — это множество точек на комплексной плоскости, которые не уходят в бесконечность при увеличении числа итераций. Оно, как правило, имеет фрактальную структуру: его маленькие части похожи на большие.

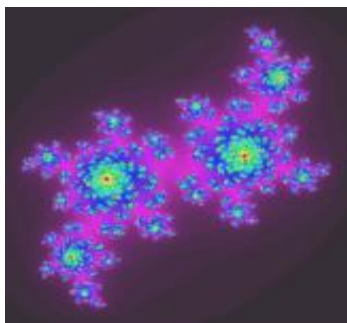


Рис.8. Множество Жулиа.

Бассейны Ньютона. Рис.9 Области с фрактальными границами появляются при приближенном нахождении корней нелинейного уравнения алгоритмом Ньютона на комплексной плоскости (для функции действительной переменной метод Ньютона часто называют методом касательных, который, в данном случае, обобщается для комплексной плоскости).

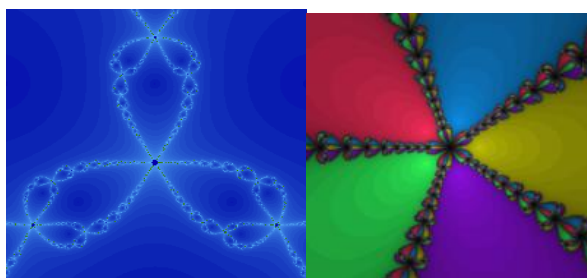


Рис.9. Бассейны Ньютона

3. Системы итерируемых функций. Метод "Систем Итерируемых Функций" (Iterated Functions System - IFS) появился в середине 80-х годов как простое средство получения фрактальных структур. В 1988 году известные американские специалисты в теории динамических систем и эргодической теории Барнсли и Слоан предложили некоторые идеи, основанные на соображениях теории динамических систем, для сжатия и хранения графической информации. Они назвали свой метод методом фрактального сжатия информации.

Происхождение названия связано с тем, что геометрические образы, возникающие в этом методе, обычно имеют фрактальную природу в смысле Мандельброта. На основании этих идей Барнсли и Слоан создали алгоритм, который, по их утверждению, позволит сжимать информацию в 500-1000 раз.

4. Стохастические фракталы. Еще одним известным классом фракталов являются стохастические фракталы, которые получаются в том случае, если в итерационном процессе случайным образом менять какие-либо его параметры. При этом получаются объекты очень похожие на природные - несимметричные деревья, изрезанные береговые линии и т.д. Двумерные стохастические фракталы используются при моделировании рельефа местности и поверхности моря. Типичный представитель данного класса фракталов "Плазма". (рис.10) Для ее построения возьмем прямоугольник и для каждого его угла определим цвет. Далее находим центральную точку прямоугольника и раскрашиваем ее в цвет равный среднему арифметическому цветов по углам прямоугольника плюс некоторое случайное число. Чем больше случайное число - тем более "рваным" будет рисунок.

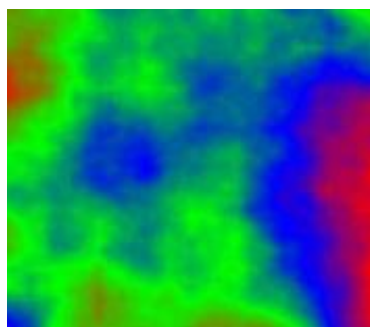


Рис.10. Фрактал Плазма

1.3. История развития фрактальной геометрии.

Термин Фрактал (лат. fractus — дроблёный) введён Бенуа Мандельбротом в 1975 году и получил широкую известность с выходом в 1977 году его книги «Фрактальная геометрия природы». До сих пор нет строгого математического определения фрактальных множеств. Он смог обобщить и систематизировать «неприятные» множества и построить красивую и интуитивно понятную теорию. Он открыл удивительный мир фракталов, красота и глубина которых порой поражают воображение, вызывают восторг у ученых, художников, философов. Работа Мандельброта была стимулирована передовыми компьютерными технологиями, которые позволили генерировать, визуализировать и исследовать различные множества. Широкое распространение фракталы получили благодаря развитию компьютерных технологий. В естественных науках фракталы используются для моделирования сложных процессов. В радиотехнике применяются фрактальные антенны. В информатике с помощью фракталов

сжимают изображения, а в компьютерной графике генерируют изображения объектов природы: деревьев, гор, облаков, рек и т.д.

1.4. Варианты применения фрактальных форм в проектах мебели и декоративного оформления интерьера.

Дизайнеры со всего мира начали использовать в своих работах замечательные фрактальные структуры. Использование фракталов поставило практически все направления современного дизайна на новый уровень. Привнесение фрактальных структур увеличило во многих случаях как визуальную, так и функциональную составляющие дизайна. В дизайне интерьера фракталы пока еще почти не применяются. Единственным исключением можно назвать элементы декора: постеры, фотообои, 3D панели и прочие части отделки с фрактальными узорами. Надо отметить, что они приобретают все большую популярность, как на Западе, так и в нашей стране (фрактальным декорированием интерьеров, а также объектов промышленного дизайна занимается, в частности, Н. К. Трубочкина в Центре Фрактального Искусства МИЭМ НИУ ВШЭ) (рис.11). Фрактальные фрески, шпалеры и витражи проектируются с использованием специализированного программного обеспечения для генерации цветных изображений фракталов.



Рис.11. Фрактальный интерьер. Трубочкина, Н. К. Текстурирование малых и больших архитектурных форм с фрактальными изображениями

Что же касается фрактального формообразования в дизайне, в частности, мебели и оборудования, то здесь примеров очень немного. В частности, все тот же дизайнер John Brevard спроектировал Menger Chair (Стул Менгера) (рис.12) из нержавеющей стали с размерами 42" по высоте, 15,9" по длине и ширине. Дизайн стула, произведенного ограниченным тиражом, был вдохновлен губкой Менгера – фрактальным объектом, который имеет бесконечную площадь поверхности и не имеет объема.

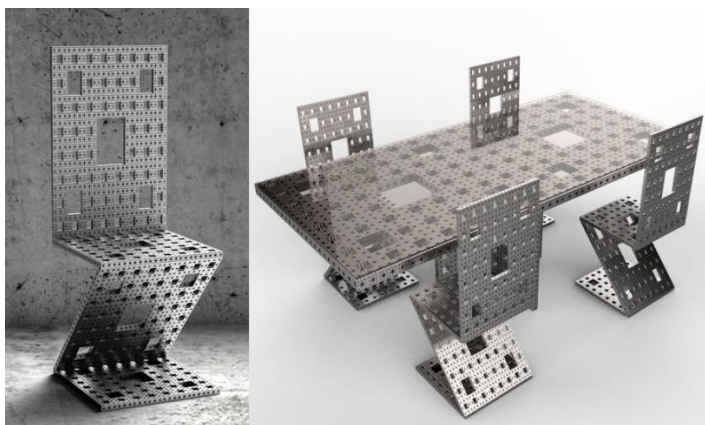


Рис.12. Стул Менгера. Проект Джона Бреварда.

Другому дизайнеру, Takeshi Miyakawa, принадлежит идея фрактальной тумбочки – Fractal 23. (рис.13) По словам автора, концепция данного объекта сложилась в ходе экспериментов «с использованием передних и задних (положительных и отрицательных) пространств в кубе». Когда проектируется передняя часть куба, в зависимости от того, как разделяется пространство внутри, остаются пустоты, доступ к которым осуществляется только сзади. Завершенный объект имеет самоподобные элементы, как и большинство фракталов.

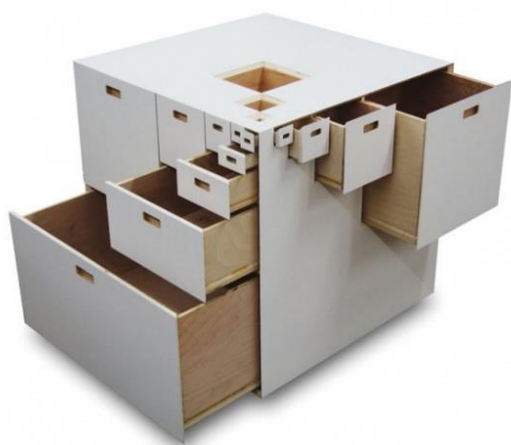


Рис.13. Фрактальная тумбочка

Дизайнеры из немецкого бюро WertelOberfell разработали фрактальную конструкцию стола Fractal.MGX, напечатанного на 3D принтере. (Рис.14) Авторы проекта отмечают, что «Fractal.MGX является результатом исследований фрактальных структур роста, которые можно найти в природе, и которые могут быть описаны с помощью математических алгоритмов. Фрактальный стол изготовлен фирмой Materialise как единая деталь, напечатанная с использованием эпоксидной смолы. Древоподобные стебли переходят во все более мелкие ветви, пока они не станут очень плотными к вершине, чтобы сформировать квазиповерхность.

Структура начинается совершенно неорганизованной снизу и постепенно прогрессирует до тех пор, пока не закончится регулярной сеткой, таким образом, налицо переход от приблизительного фрактала к фракталу с точным самоподобием. Для достижения такого результата использовались различные программы САПР, для моделирования как с помощью NURBS-кривых, так и из полигонов. Fractal.MGX – следующий шаг эволюции Фрактального Стола, который был представлен общественности на выставке в Милане 2008 года. Новый вариант стола в большей степени учитывает функциональные потребности, такие как устойчивость и удобство использования.



Рис.14. Фрактальная конструкция стола Fractal.MGX.

Большую известность получили также «инопланетные» колонны Ornamented Columns (рис.15) – работа Майкла Хансмайера, швейцарского архитектора и программиста, «который использовал алгоритмы и анализ процессов деления для создания новых форм с уникальным орнаментом».



Рис.15 Ornamented Columns Майкл Хансмайер. Michael Hansmeyer

Перспективам фрактального дизайна посвящены пока немногие исследования. В частности, Dr. Rania Mosaad Saad предлагает варианты применения фрактальных форм в проектах мебели и декоративного оформления интерьера. Эти объекты содержат образцы таких фракталов, как

треугольник Серпинского, кривая Коха, Аполлониева сеть, различные спиральные структуры, а также самоподобные конструкции из параллелепипедов.

2. Практическая часть

2.1. Особенности рисунков на обоях.

Изучив некоторые популярные варианты рисунков на классических обоях (природные мотивы, цветочные принты, изображения леса с птицами, растениями и бабочками), было замечено, что рисунок влияет на многие не мало важные факторы. Например, абстракция. С её помощью можно визуальное увеличить небольшое пространство гостиной и сделать его привлекательным и необычным. Узоры чаще всего применяются в оформлении восточных и классических интерьеров. Для небольших гостиных рекомендовано присматриваться к узорам незаметным и мало выступающим из общего визуального ряда обоев. В гостиных побольше можно отдать предпочтение ярким рисункам, контрастирующим с фоном. Мелкий принт на стенах увеличивает пространство, а крупный, наоборот, уменьшает его. Особенно увеличивают пространство любые фактурные обои, даже с незначительным рельефом, например, «рогожка». Фактурные обои создают перепад объема и игру теней, и за счет этого создается впечатление большего пространства. Обои с некоторым блеском еще больше увеличивают пространство. Если нужно приблизить стену, то лучше поклеить на нее обои с крупным рисунком. А если обои будут в темных тонах, то это еще больше усилит эффект.

2.2. Создание собственного принта

При создании собственного принта использован Раппорт — повторяющаяся часть рисунка на ткани или обоях. Этот параметр измеряется в сантиметрах и показывает, через какое расстояние повторяется узор.

1. Для создания принта нам нужны модели фракталов. Выбираем модели фракталов.
2. Изучаем построение этих фракталов.

3. Сделаем Треугольник Серпинского (1 объект). Чтобы сделать Треугольник Серпинского надо:

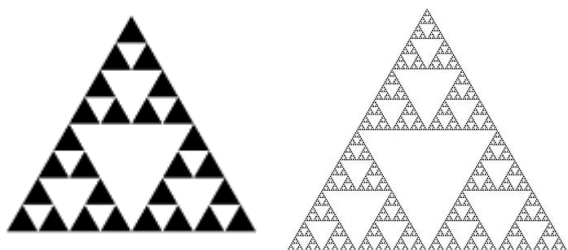
1. Построить равносторонний треугольник.



2. Разделить его на четыре равносторонних треугольника и удалить тот, который находится в центре.

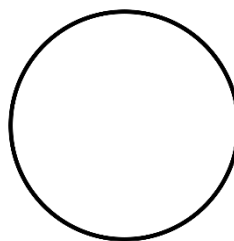


3. Повторять те же действия с остальными треугольниками до бесконечности.

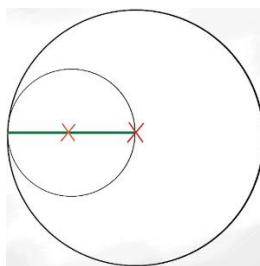


4. Сделаем *Множество Аполлона* (2 объект). Чтобы сделать Множество Аполлона надо:

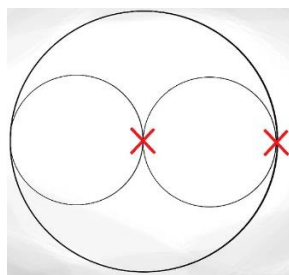
1. Начните с одной большой окружности.



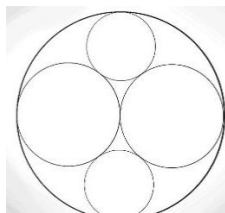
2. Нарисуйте окружность поменьше в первой окружности, которая будет касаться ее в одной точке.



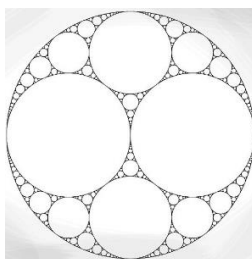
3. Начертите идентичную окружность рядом с меньшей внутренней окружностью.



4. Начертите следующую пару окружностей.



5. Таким образом продолжайте добавлять окружности.



5. Сделаем кривую Коха. (3 объект) Чтобы сделать кривую Коха надо:

1. Взять единичный отрезок.



2. Разделить его на три равные части. Заменить средний интервал равносторонним треугольником без этого сегмента. В результате образуется ломаная, состоящая из четырёх звеньев длины $1/3$.



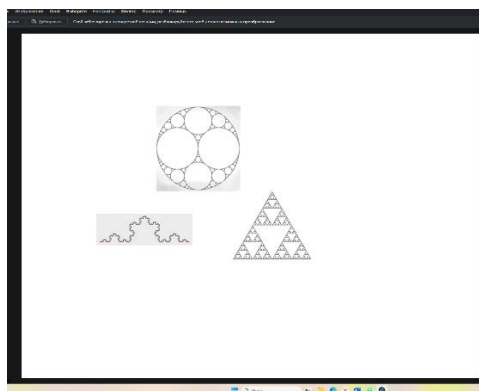
3. На следующем шаге повторить операцию для каждого из четырёх получившихся звеньев, и так до бесконечности.



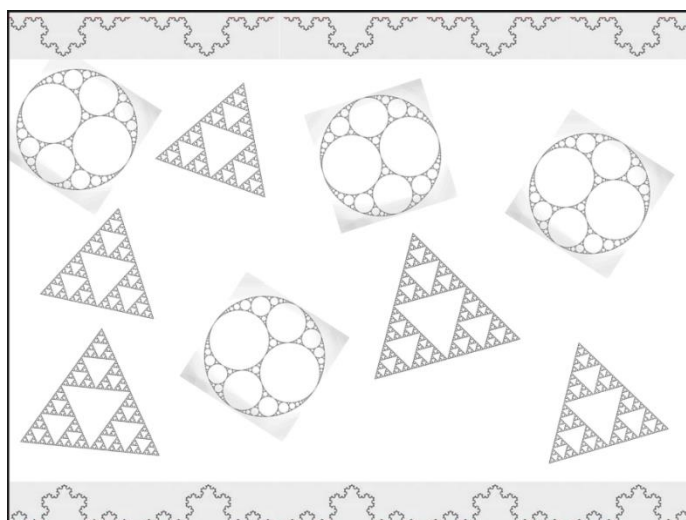
5. Заходим в программу для создания изображений (Pixlr)



6. Загружаем все 3 объекта в программу.



7. Копируем и расставляем объекты на изображение.



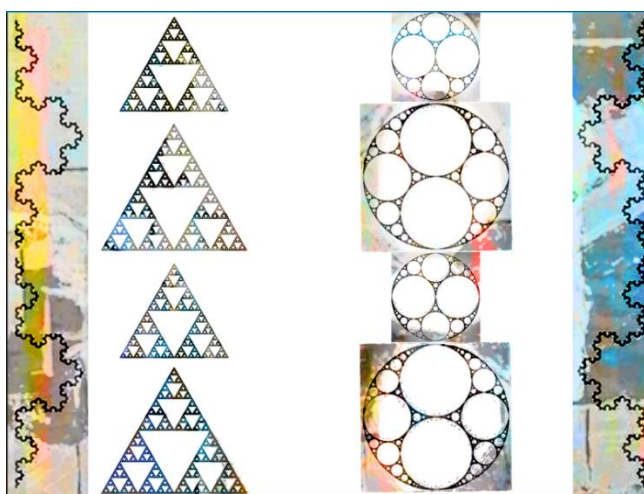
8. Добавляем разные 2 референса картин.



9. Накладываем на реверансы фильтры затемнения основы и цвет. Получаем принты:

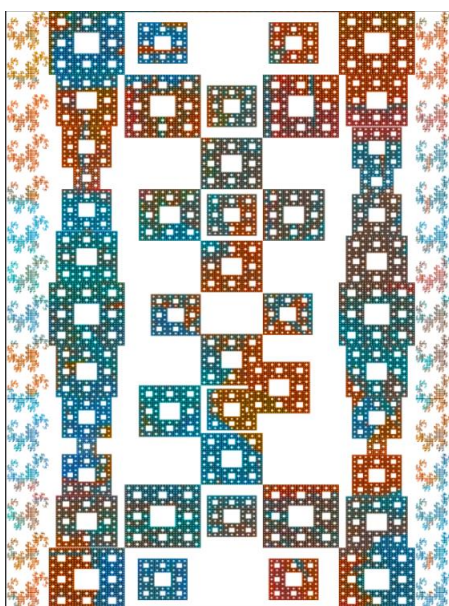


Принт №1



Принт № 2

Аналогично, выполняя те же этапы, можно получить новый вариант принта (рисунка), используя другие фракталы, например Ковер Серпинского и Кривую Дракона:



Принт № 3

Выводы: на уроках геометрии в школе мы привыкли иметь дело с регулярными фигурами: кругами, треугольниками, квадратами, и может показаться, что это всё, на что способна математика. Но на самом деле это куда более красивая наука, чем думают многие, просто эта красота прячется за сложными с виду формулами и не всякий сразу её разглядит. Изображение воспринять гораздо легче, поэтому фракталы могут помочь заинтересоваться в математике людям, далёким от неё. Создать принт обоев с фракталами своими руками очень просто и быстро. Главное знать какой вид фрактала ты хочешь, иметь нужное для этого приложение и найти нужный референс фрактала. И жилое пространство человека станет более индивидуализированным.

Список литературы и интернет-ресурсов:

1. Абачиев С. К. О треугольнике Паскаля, простых делителях и фрактальных структурах // В мире науки, 1989, № 9.
2. Понятие фрактал и какие они бывают- <https://ru.wikipedia.org/wiki/Фрактал>
2. Пайтген Х.-О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. — М.: «Мир», 1993.
3. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. — М.: «Институт компьютерных исследований», 2002.
4. Рисунки фракталов-https://ru.qwe.wiki/wiki/Fractal_art
5. Фоменко А. Т. Наглядная геометрия и топология. — М.: изд-во МГУ, 1993.
6. Фракталы в природе-http://scask.ru/a_book_fract.php
7. Обои-<https://ru.wikipedia.org/wiki/Обои>
8. Трубочкина, Н. К. Текстурирование малых и больших архитектурных форм фрактальными изображениями [Электронный ресурс] / Н. К. Трубочкина // Высшая школа экономики – [URL](#)
9. Трубочкина, Н. К. Фрактальные исследования: от фрактальной живописи до промышленного дизайна [Электронный ресурс] / Н. К. Трубочкина // Nadin Design – [URL](#)
10. Brevard, J. Menger Chair [Электронный ресурс] // John Brevard – [URL](#)
11. Fractal 23 by Takeshi Miyakawa [Электронный ресурс] // Yatzer – [URL](#)
12. Fractal.MGX for MGX by Materialise [Электронный ресурс] // WertelOberfell – [URL](#)
13. Лучко, А. 13 объектов интерьера, вдохновлённых математикой [Электронный ресурс] / А. Лучко // LOOK AT ME – [URL](#)

