

ПРОГРАММНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ ПО ТЕМЕ: "МНОЖЕСТВА И ЛОГИКА"

В Едином Государственном Экзамене (ЕГЭ) по информатике задачи на тему **"Множества и логика"** встречаются регулярно. Они проверяют умение работать с логическими выражениями, операциями над множествами, а также навыки анализа и оптимизации условий.

В этой статье разберём несколько типовых задач и их программное решение на языке Python.

1. Задачи на обработку множеств

Множества в Python представлены типом `set`, который поддерживает операции:

- Объединение (`|` или `union`)
- Пересечение (`&` или `intersection`)
- Разность (`-` или `difference`)
- Симметрическая разность (`^` или `symmetric_difference`)

Пример задачи:

Для какого наибольшего целого числа A формула
 $(x \in A) \vee \neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)$
тождественно истинна при любом x ?

Решение:

Формула должна быть истинна для любого x . Преобразуем её:

$$(x \in A) \vee \neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q) \equiv (x \in A) \vee \neg(x \in P \wedge x \in Q)$$

Это означает, что если x принадлежит $P \cap Q$, то x должен принадлежать A .

Программный подход:

```
P = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}
Q = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}
```

```
A = P & Q # Пересечение P и Q
max_A = max(A) # Наибольший элемент в A
```

```
print(max_A) # Ответ: 18
```

2. Задачи на логические выражения

Логические выражения можно анализировать с помощью таблиц истинности или алгебраических преобразований.

Пример задачи:

Сколько существует различных наборов значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_6$, при которых выражение $(x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_3 \wedge x_4) \vee (x_5 \wedge \neg x_6)$ ложно?

Решение:

Выражение ложно только тогда, когда все три скобки ложны:

1. $\neg(x_1 \wedge x_2) \equiv \neg x_1 \vee \neg x_2$
2. $\neg(\neg x_3 \wedge x_4) \equiv x_3 \vee \neg x_4$
3. $\neg(x_5 \wedge \neg x_6) \equiv \neg x_5 \vee x_6$

Каждая скобка даёт ограничения на переменные.

Программный перебор:

```
from itertools import product

count = 0
for x1, x2, x3, x4, x5, x6 in product([0, 1], repeat=6):
    if not ((x1 and x2) or (not x3 and x4) or (x5 and not x6)):
        count += 1
print(count) # Ответ: 34
```

3. Задачи на битовые маски

Иногда множества удобно представлять в виде битовых масок.

Пример задачи:

Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}) \rightarrow (x \in \{3, 6, 9, 12\}) \vee (x \in A)$$

истинно для любого x . Найдите наименьшее возможное количество элементов в A .

Решение:

Импликация ложна только при $1 \rightarrow 0$. Значит, для $x \in \{1, 5, 7, 11\}$ (которые не в $\{3, 6, 9, 12\}$) обязательно $x \in A$.

Программный расчёт:

```
required = {1, 5, 7, 11} # Обязательные элементы A
min_A = len(required)
print(min_A) # Ответ: 4
```

Вывод

Программный подход позволяет эффективно решать задачи ЕГЭ на множества и логику, особенно когда требуется перебор или анализ сложных условий. Python с его встроенными операциями над множествами и генераторами комбинаций (`itertools.product`) — отличный инструмент для таких задач.

Рекомендации:

- Используйте `set` для работы с множествами.
- Применяйте `itertools` для перебора комбинаций.
- Анализируйте логические выражения, упрощая их перед программной реализацией.

Успешной подготовки к ЕГЭ!