*Цепилова Елена Борисовна, учитель математики*
*ГБОУ школа № 332 (Санкт-Петербург)*

# Хитрые приемы в математике.

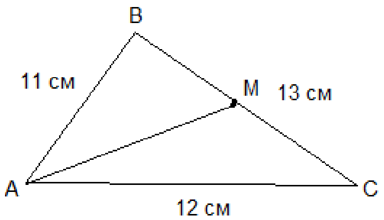
В этой статье я хочу показать, как знание ряда дополнительных формул и правил помогает решать задачи быстро. Эти правила позволяют экономить время на экзаменах.

**I часть.**

Задача № 1.

Длины сторон треугольника равны 11 см, 12 см и 13 см. Найти длину медианы, проведенной к большей стороне треугольника.

*1 способ решения, стандартный.*




Рассмотрим Δ ABC

1) По теореме косинусов найдем cosB

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot cosB$

$144 = 121 + 169 - 2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot cosB$

$2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot cosB = - 144 + 121 + 169$

$cosB = \frac{73}{11 \cdot 13}$ (можно оставить в таком виде)

2) Рассмотрим Δ ABM

Применим теорему косинусов для стороны AM

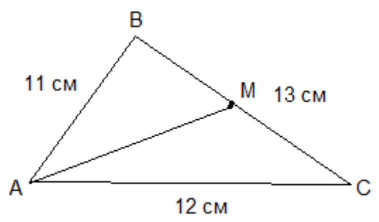
$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot cosB$

$AM^2 = 121 + \frac{169}{4} - \frac{2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 73}{2 \cdot 11 \cdot 13} = 121 + \frac{169}{4} - 73 = \frac{361}{4}$

$AM = \frac{19}{2} = 9{,}5$ *(см)*

Ответ: 9,5 см

*2 способ решения, с использованием свойства медианы.*




По свойству медианы $AM^2 = \frac{AB^2}{2} + \frac{AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$ получаем

$AM^2 = \frac{121}{2} + \frac{144}{2} - \frac{169}{4} = \frac{361}{4}$ *тогда* $AM = \frac{19}{2} = 9{,}5$ *(см)*

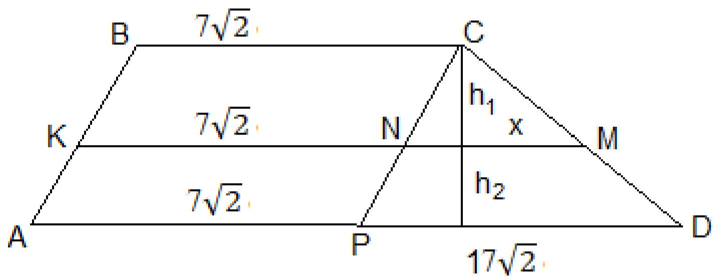
Ответ: 9,5 см

Преимущество второго способа очевидно.

Задача № 2.

В трапеции проведен отрезок, параллельный основаниям и делящий ее на две трапеции одинаковой площади.

Найти длину этого отрезка, если основания трапеции равны $24\sqrt{2}$ см и $7\sqrt{2}$ см.




KM ‖ AD

BC = $7\sqrt{2}$ см

AD = $24\sqrt{2}$ см

Найти: KM

*1 способ решения, стандартный.*

1) Проведем CP ‖ AB, KM ∩ CP = N, тогда ABCP – параллелограмм (по признаку) и BC = $7\sqrt{2}$ см, KN = $7\sqrt{2}$ см и AP = $7\sqrt{2}$ см.

2) Обозначим MN = x > 0, PD = AD – AP = $24\sqrt{2}$ - $7\sqrt{2}$ см = $17\sqrt{2}$ (см), KM = $7\sqrt{2}$ см + x

3) $h_1$ и $h_2+h_1$ – высоты ΔNMC и ΔPCD

ΔNMC подобен ΔPCD (по двум углам), составим пропорцию

$\frac{NM}{PD} = \frac{h1}{h1+h2}$ => $\frac{x}{17\sqrt{2}} = \frac{h1}{h1+h2}$

4) $S_{ABCD} = \frac{(AD+BC)}{2} \cdot (h1+h2) = \frac{(24\sqrt{2}+7\sqrt{2})(h1+h2)}{2} = \frac{31\sqrt{2}}{2} \cdot (h1+h2)$

$S_{KBCM} = \frac{BC+KM}{2} \cdot h1 = \frac{7\sqrt{2}+(7\sqrt{2}+x)}{2} \cdot h1$

По свойству пропорции получаем $\frac{31\sqrt{2}}{2} : (14\sqrt{2}+x) = \frac{h1}{h1+h2}$

$$\frac{31\sqrt{2}}{2(14\sqrt{2}+x)} = \frac{x}{17\sqrt{2}}$$

$$31 \cdot 17 \cdot 2 = 2x \cdot (14\sqrt{2} + x)$$

$$31 \cdot 17 = 14\sqrt{2} \cdot x + x^2$$

$$x^2 + 14\sqrt{2} \cdot x - 31 \cdot 17 = 0$$

$$x^2 + 14\sqrt{2} \cdot x - 527 = 0$$

$$x_{1,2} = -7\sqrt{2} \pm \sqrt{98 + 527}$$

$x_1 = -7\sqrt{2} + 25$ $\quad$ $x_2 = -7\sqrt{2} – 25$ (не подходит)

NM = 25 $-7\sqrt{2}$, тогда KM = 25 $-7\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$ = 25 (см)

Ответ: 25 см

*2 способ решения, с использованием дополнительной формулы*

Зная, что длина отрезка, делящего трапецию на две равновеликие, равна среднему квадратичному длины оснований, мы можем решить задачу в одно действие:

$KM = \sqrt{\frac{BC^2+AD^2}{2}} = \sqrt{\frac{(7\sqrt{2})^2+(24\sqrt{2})^2}{2}} = 25$

Ответ: 25 см

**II часть.**

При решении квадратных уравнений в алгебре мы используем формулы. Но часто оказывается, что для решения квадратного уравнения формула не нужна, можно воспользоваться следующим простым правилом:

Если сумма коэффициентов квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ равна нулю, то

$x_1 = 1$

$x_2 = \frac{c}{a}$

Например,

$3x^2 + 997x - 1000 = 0$

$x_1 = 1$

$x_2 = -\frac{1000}{3}$